Die Singularitäten von Raumkurven.

Von

Fräulein **Helga Lund**, cand. math., in Kopenhagen.

(Zu Serie 34.)

Die Modelle stellen die acht Singularitäten der Raumkurven mit ihren zugehörigen abwickelbaren Flächen dar. Nimmt man die Schmiegungsebene zur xy-Ebene und die Haupttangente zur x-Achse, so kann man die Kurve in der Gegend des Punktes so entwickeln:

$$x = a_0 t^n + \dots; \; y = b_0 t^{n+i} + \dots; \; z = c_0 t^{n+i+v} + \dots$$

wo n die Punktmultiplicität, i die Tangentenmultiplicität und v die Ebenenmultiplicität bedeutet. Den Punkt bezeichnet man mit n, i, v.

Permutiert man zwischen n, i, v die Werte 1 und 2, so erhält man die acht einfachsten Singularitäten, welche entstehen müssen, wenn die Raumkurven sich in den acht verschiedenen Raumwinkeln fortsetzen. In der Übersicht zeigt

1 a—4 a die Singularitäten an, welche entstehen, wenn man die Kurve von einem Punkte aus projiziert;

1 b—4 b, wenn die Fläche von einer Ebene geschnitten wird;

5 die Anzahl der Spitzen,

6 die der Doppelpunkte, die in 2 b zusammenfallen;

7 gibt die Form eines Nachbarschnittes des 2 b und

8 zeigt die Raumwinkel, in die die Kurve sich fortsetzt. Die Lage der einzelnen Raumwinkel ergibt sich aus folgendem Schema:

Raumwinkel	1	2	3	4	5	6	7	8
x	+	−	−	+	+	−	−	+
y	+	+	−	−	+	+	−	−
z	+	+	+	+	−	−	−	−

Zu den einzelnen Modellen ist folgendes zu bemerken:

Nr. 1 ist ein gewöhnlicher Punkt ohne Singularitäten.

Nr. 2 hat eine Doppelkurve, die sich als isolierter Ast fortsetzt, d. h. seine Tangentenebenen sind imaginär. Sie berührt die Haupttangente nicht.

Nr. 3 hat eine Doppelkurve mit einem isolierten Ast. Sie berührt die Haupttangente, hat aber eine andere Schmiegungsebene wie die Raumkurve.

Auf den folgenden Modellen haben die Doppelkurven dieselben Tangenten und Schmiegungsebenen wie die Raumkurve.

Nr. 4 hat eine Doppelkurve, die in ihrem ganzen Verlauf sichtbar ist; sie hat die Singularitäten 1, 2, 1, dieselben wie die Raumkurve.

Nr. 5 hat drei Äste von Doppelkurven; die beiden äusseren sind zusammengehörig und bilden eine Spitze (2, 1, 1), der mittlere setzt sich als isolierter Ast fort.

Nr. 6 Eine Doppelkurve geht in die Haupttangente über, die andere hat einen isolierten Ast.

Nr. 7 Die Doppelkurve ist in ihrem ganzen Verlauf isoliert; sie bildet eine Spitze (2, 1, 2), die im entgegengesetzten Sinne der Raumkurve liegt.

Nr. 8 Eine Doppelkurve geht in die Haupttangente über. Die übrigen vier Doppelkurven sind bei 8a imaginär; 8b hat zwei reelle Doppelkurven, deren andere Äste isoliert sind. Ob alle vier reell sein können, erfordert eine eingehende algebraische Untersuchung.

Kopenhagen, 1908.

Helga Lund.

Verlag von Martin Schilling, Halle a. S.

Perspektiv von	Nr. 1 1,1,1	Nr. 2 1,1,2	Nr. 3 2,1,1	Nr. 4 1,2,1	Nr. 5 2,2,1	Nr. 6 1,2,2	Nr. 7 2,1,2	Nr. 8 2,2,2
1a willkürlichem Punkte n,i	1,1	1,1	2,1	1,2	2,2	1,2	2,1	2,2
2a Punkte d. Osculationsebene n,i+v	1,2	1,3	2,2	1,3	2,3	1,4	2,3	2,4
3a Punkte der Tangente n+i,v	2,1	2,2	3,1	3,1	4,1	3,2	3,2	4,2
4a dem singulären Punkte i,v	1,1	1,2	1,1	2,1	2,1	2,2	1,2	2,2
Schnitt mit								
1b willkürlicher Ebene i,v	1,1	1,2	1,1	2,1	2,1	2,2	1,2	2,2
2b Ebene durch den Punkt n+i,v	2,1	2,2	3,1	3,1	4,1	3,2	3,2	4,2
3b Ebene durch die Tangente n,i+v	1,2	1,3	2,2	1,3	2,3	1,4	2,3	2,4
4b der Osculationsebene n,i	1,1	1,1	2,1	1,2	2,2	1,2	2,1	2,2
5 Spitzen	1	1	2	2	3	2	2	3
6 Doppelpunkte	0	1	1	1	3	2	2	5
7 Nachbarschnitt des 2b								a b
8 Raumwinkel	6	2	4	3	5	7	8	1