

La cubique nodale de Cayley

© 2017, François Apéry, IHÉP, France

Dans un repère projectif convenable, cette surface cubique a pour équation:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} + \frac{1}{t} = 0.$$

Son groupe de symétries S_4 opère par permutation des lettres. On peut le faire opérer par isométrie en choisissant d'autres coordonnées. Dans le cube de verre, les coordonnées sont choisies de manière à faire apparaître ses 9 droites. Elle admet 4 points doubles isolés (situés aux sommets du petit tétraèdre central), ce qui est le maximum pour une surface cubique. Elle fut étudiée par Arthur Cayley en 1844, l'année même

où Steiner trouvait sa surface Romaine, et dont elle se révèlera la duale. Felix Klein en présenta un modèle en plâtre dû à son élève Carl Rodenberg en 1884, à l'Exposition internationale de Chicago de 1893.

François Apéry

Cayley's nodal cubic surface

© 2017, François Apéry, IHP, France

In an appropriate projective frame, the equation of this cubic surface is given by:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} + \frac{1}{t} = 0.$$

Its symmetry group S_4 acts by permutation of the four variables. It can act by isometry by choosing other coordinates. In the glass cube, coordinates are chosen in such a way that all its 9 lines are visible. It contains 4 isolated double points (lying on the vertices of the small central tetrahedron), which is the maximum for a cubic surface. It was studied by Arthur Cayley in 1844, the very year that Steiner discovered its Roman surface that has

proven to be its dual. Felix Klein displayed a plaster model of it (made by his pupil Carl Rodenberg in 1884) at the Chicago World Fair in 1893.

François Apéry